

פונקציות מרוכבות תשס"ט
דף תרגיל מס' 1

1. כתוב את המספר המרוכב הנתון בצורה קוטבית:
 א. $2 + 2i$ ב. $-\sqrt{3} - i$
 ג. $\frac{-2 + 10i}{-5 - i}$ ד. $\sin \theta - i \cos \theta, -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$
 ה. $(1 + \cos \theta) + i(1 - \cos \theta)$
2. חשב את המספר המרוכב הנתון וכתוב אותו בצורה קרטזית:
 א. $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5$ ב. $(1 - i\sqrt{3})^{10}$ ג. $\left(\frac{1 + 2i}{-2 + i}\right)^{1024}$ ד. $(\cos \theta - i \sin \theta)^{19}$ ה. $(1 + i \tan \theta)^{110}$
3. פתור את המשוואה הנתונה בקבוצה \mathbb{C} של המספרים המרוכבים:
 א. $z^4 = -16i$ ב. $z^3 = -2 + 2i$ ג. $z^4 = -8 - 8i\sqrt{3}$ ד. $z^{10} = -32i$
4. פתור את המשוואה הנתונה בקבוצה \mathbb{C} של המספרים המרוכבים:
 א. $z^2 - 5z + 5 = 0$ ב. $2z^2 + 5z + 6 = 0$ ג. $z^2 - (1 - i)z + 2 + i = 0$
 ד. $2z^2 - (5 - 5i)z + 5 - i = 0$ ה. $iz^2 - (7 + 2i)z + 1 - 13i = 0$ ו. $(1 + i)z^2 - (1 + 7i)z - 4 + 6i = 0$
5. נתון $u = 3\sqrt{2}(1 + i)$.
 א. חשב את u^4 .
 ב. פתור את המשוואה $z^4 = -256$ בקבוצה \mathbb{C} של המספרים המרוכבים.
6. כתוב פולינום ממעלה שניה שיש לו את השרשים הבאים:
 א. $2 + i$ ו- $3 - 5i$ ב. $5 - 2i$ ו- $7 + i$ ג. $6 - 2i$ (שורש כפול)
7. פתור את המשוואה הנתונה במספרים מרוכבים:
 א. $z^2 - 5z + 7 = 0$ ב. $2z^2 + 5z + 6 = 0$ ג. $z^2 - (1 - i)z + 2 + i = 0$
 ד. $2z^2 - (5 - 5i)z + 5 - i = 0$ ה. $iz^2 - (7 + 2i)z + 1 - 13i = 0$ ו. $(1 + i)z^2 - (1 + 7i)z - 4 + 6i = 0$
8. פתור את המשוואה הנתונה:
 א. $z^3 - 2z^2 + 3iz + 1 - 3i = 0$
 ב. $z^3 + (1 - i)z^2 - (2 + i)z - 8 + 6i = 0$
 ג. $z^3 - 2(1 + i)z^2 - 2z - 8 + 4i = 0$
 ד. $z^3 + 6iz^2 - 7iz + 3(7 + 9i) = 0$
 רמז: יש לפחות פתרון ממשי אחד
 רמז: יש לפחות פתרון ממשי אחד
 רמז: יש לפחות פתרון מדומה טהור אחד
 רמז: יש לפחות פתרון מדומה טהור אחד
9. נתון $P(z) = z^3 - (3 + 10i)z^2 + (-33 + 20i)z + 35 + 30i$.
 i. בלי חישובים הוכח שיש ל- $P(z)$ שלושה שרשים מרוכבים, לאו דווקא שונים.
 ii. חשב את $P(3 + 4i)$ ואחייך חשב את השרשים האחרים של $P(z)$.
 iii. הראה שהתמונות במישור המרוכב של השרשים שמצאת הם הקודקודים של משולש שווה שוקיים.

המחלקה למתמטיקה

Department of Mathematics

10. נתונה נקודה $A(2,3)$ במישור. בעזרת חישובים במספרים מרוכבים, מצא שתי נרודות אחרות B ו- C כך שהמשולש ABC יהיה משולש שווה-צלעות שמרכזו הוא ראשית הצירים.

11. נתון $P(z) = z^4 - (3+i)z^3 + (5+3i)z^2 - (3+i)z + 4 + 3i$.

א. חשב את $P(i)$ ואת $P(-i)$.

ב. פתור את המשוואה $P(z) = 0$.

ג. האם אתה מכיר משפט המאשר שיש ל- $P(z)$ שני שרשים צמודים?

12. נתון $P(z) = z^4 - 6z^3 + 15z^2 - 18z + 10$.

i. חשב את $P(1+i)$.

ii. על סמך משפט, מצא עוד שורש של $P(z)$.

iii. מצא את כל השרשים של הפולינום $P(z)$.

13. נתון $P(z) = z^4 + 4$.

i. מצא את כל השרשים של $P(z)$.

ii. פרק את $P(z)$ לשני גורמים ממעלה שניה מעל הממשיים.

14. אותה שאלה עבור $P(z) = z^4 + 1024$.

15. פתור את המשוואה הנתונה:

$$\left(\frac{z-i}{z+1}\right)^3 + \left(\frac{z-i}{z+1}\right)^2 + \frac{z-i}{z+1} + 1 = 0 \quad \text{ב.} \quad \left(\frac{2}{z+i}\right)^2 - (1+i)\frac{2}{z+i} + i = 0 \quad \text{א.}$$

שיעורי בית: 1ה - ג2 - 4ה - 7ה - 12 - 15ב