

פונקציות מרוכבות תשס"ט
דף תרגיל מס' 4

1. כתוב את המספרים הבאים בצורה אלגברית:

א. e^{2+5i} ב. e^i ג. $e^{i/2}$ ד. $e^{i \arccos 1}$ ה. $\sin(1-2i)$

ו. $\tan(2-i)$ ז. $\sin(i \sin i)$ ח. $\tan e^i$ ט. $\sinh\left(\frac{1}{1+i}\right)$ י. $\cosh(e^{1+i})$
2. בטא את $f(z)$ בצורה $u(x, y) + i v(x, y)$ כאשר u ו- v הן פונקציות ממשיות:

א. $f(z) = e^{z^2}$ ב. $f(z) = e^{1/z}$ ג. $f(z) = e^{1/\bar{z}}$ ד. $f(z) = e^{(z+1/z)}$
3. מצא ושרטט את האיזור במישור המרוכב המוגדר ע"י המשוואה הנתונה:

א. $|e^z| = 1$ ב. $|e^{z^2}| = 1$ ג. $|e^{z-1/z}| = 1$ ד. $|e^{z+1/z}| = 1$
4. פתור את המשוואה הנתונה ב-C:

א. $e^z = 2i$ ב. $\sin z = 4$ ג. $\sin z = 3i$ ד. $\cos z = i \sin z$ ה. $\tan z = 2i$
5. הוכח את הזהויות במספרים מרוכבים:

א. $\sin^2 z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2z$ ב. $1 + \cos 2z = 2 \cos^2 z$ ג. $\tan(z_1 + z_2) = \frac{\tan z_1 + \tan z_2}{1 - \tan z_1 \tan z_2}$

ד. $\cosh(z_1 - z_2) = \cosh z_1 \cosh z_2 - \sinh z_1 \sinh z_2$

ה. $|\sin z| = \sqrt{\sinh^2 y + \sin^2 x}$ ו. $\tan z = \frac{\sin 2x + i \sinh 2y}{\cos 2x + \cosh 2y}$

ז. $|\sinh z| = \sqrt{\sinh^2 x + \sin^2 y}$ ח. $\sinh z = \sinh x \cos y + i \cosh x \sin y$
6. מצא את המקומות במישור גאוס שבהם הפונקציה הנתונה איננה אנליטית:

א. $f(z) = \tanh z$ ב. $f(z) = \frac{1}{\sinh 2z}$ ג. $f(z) = \frac{1}{\sin z \sinh z}$

ד. $f(z) = \frac{1}{\sinh z^2}$ ה. $f(z) = \frac{e^z}{\sinh z - \cosh z}$ ו. $f(z) = \frac{\tanh z}{\tan z}$
7. הסבר למה הפונקציה f המוגדרת ע"י $f(z) = \sin(z^2) + e^{-z} + iz$ היא פונקציה שלמה.
8. כמו בתרגיל 7 כאשר $f(z) = \sin(\sinh z^2) e^{\cosh z}$.