


 פונקציות מרוכבות תשס"ט
 דף תרגיל מס' 10

1. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\sin 2\theta}{4\sin\theta + 5} d\theta \quad \text{ג.} \quad I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{2\sin\theta + 3} d\theta \quad \text{ב.} \quad I = \int_0^{2\pi} \frac{\sin 2\theta}{\sin\theta + 2} d\theta \quad \text{א.}$$

2. בין האינטגרלים הבאים, למי יש ערך עיקרי של קושי?

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{1+x^2} dx \quad \text{ד.} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2+x}{x^2+1} dx \quad \text{ג.} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx \quad \text{ב.} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x} dx \quad \text{א.}$$

3. חשב את הערך העיקרי של קושי עבור האינטגרלים הבאים:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2+x+1}{x^4+x^2+1} dx \quad \text{ג.} \quad I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1} dx \quad \text{ב.} \quad I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{x^4+1} dx \quad \text{א.}$$

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)} dx \quad \text{ד.}$$

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3+x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx \quad \text{4. נתון}$$

א. האם קיים משפט המאשר שהאינטגרל הזה מתכנס?

 ב. חשב את I בעזרת סכום של שני ערכים ממוצעים של קושי.

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{ab(a+b)} \quad \text{5. נתונים שני מספרים ממשיים חיוביים } a \text{ ו- } b. \text{ הוכח ש-}$$

 הערה: הנ"ל נכון כש- $a \neq b$ וגם כש- $a = b$.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{ax^2+bx+c} dx = \frac{2\pi}{\sqrt{4ac-b^2}} \quad \text{6. נתונים שלושה מספרים ממשיים } a, b, c \text{ כך ש- } b^2 < 4ac. \text{ הוכח:}$$

7. חשב את האינטגרל (אם צריך, ערך עיקרי של קושי):

$$I = \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx \quad \text{ב.} \quad I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{x} dx \quad \text{א.}$$

שיעורי בית: 7 - 6 - 4 - ד3 - ג2 - ג1