

עקומות ומשטחים הנתונים ע"י הצגה פרמטרית

פרופ' נח דנא-פיקארד
אדר ב' תשס"ח

הצגה פרמטרית של עקומה במישור

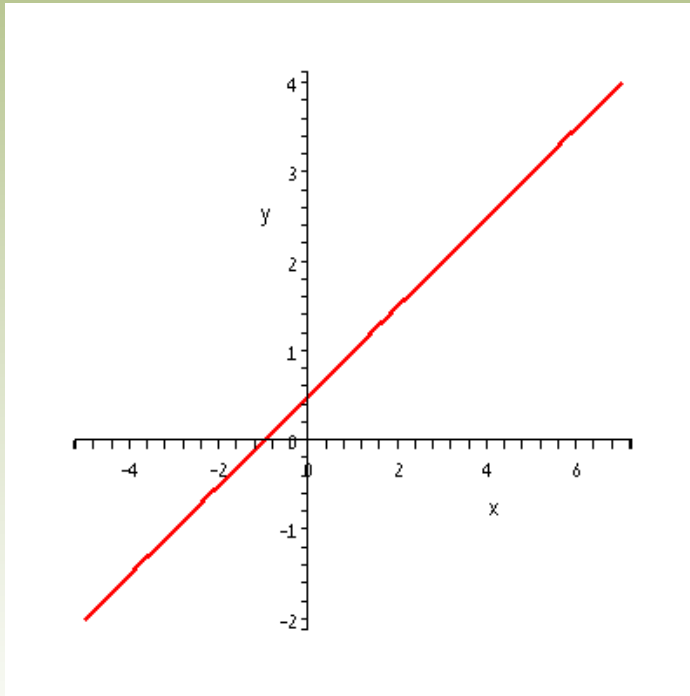
שתי צורות כתיבה:

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \end{cases}, t \in D$$

$$(x, y) = (f_1(t), f_2(t)), t \in D$$

- המשתנה t נקרא הפרמטר
- D הוא תחום (איחוד של קטעים) בתוך \mathbf{R}
- f_1, f_2 הן פונקציות מוגדרות על הקטע D

דוגמא 1: קו ישר



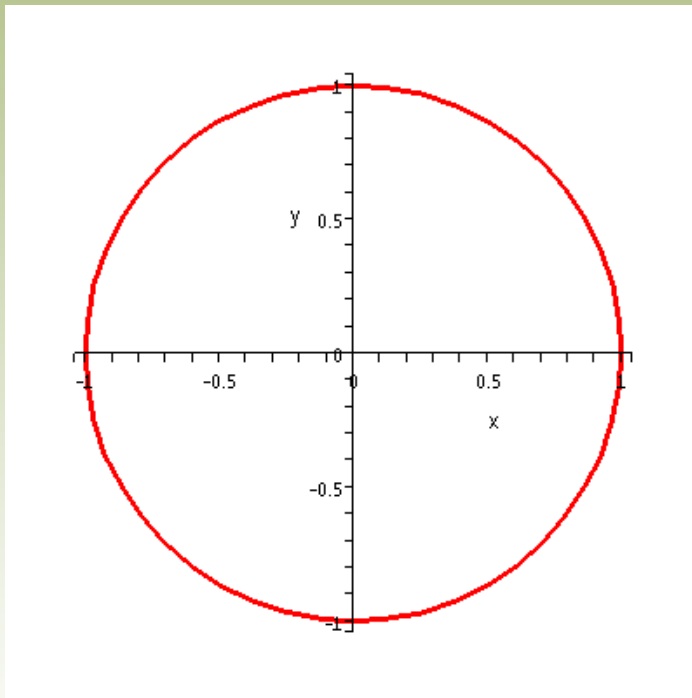
$$\begin{cases} x(t) = 2t + 1 \\ y(t) = t + 1 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

באופן כללי:

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

כאשר f_1, f_2
הן פונקציות קוויות

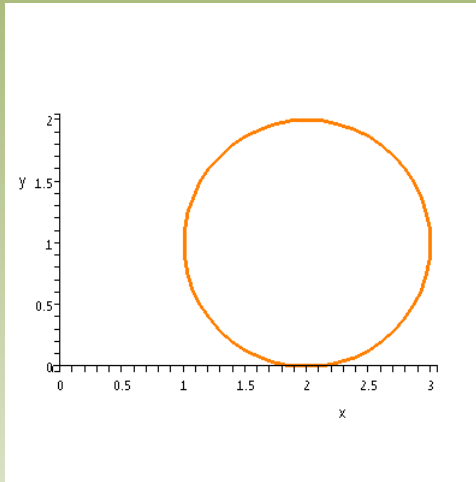
מעגל היחידה



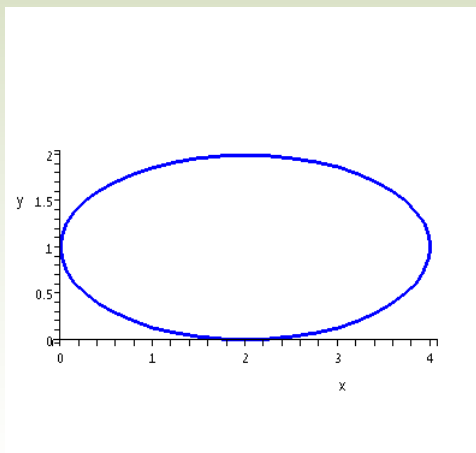
$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

$$\begin{cases} x(t) = \sin t \\ y(t) = \cos t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

מעגל "כללי" – אליפסה "כללית"

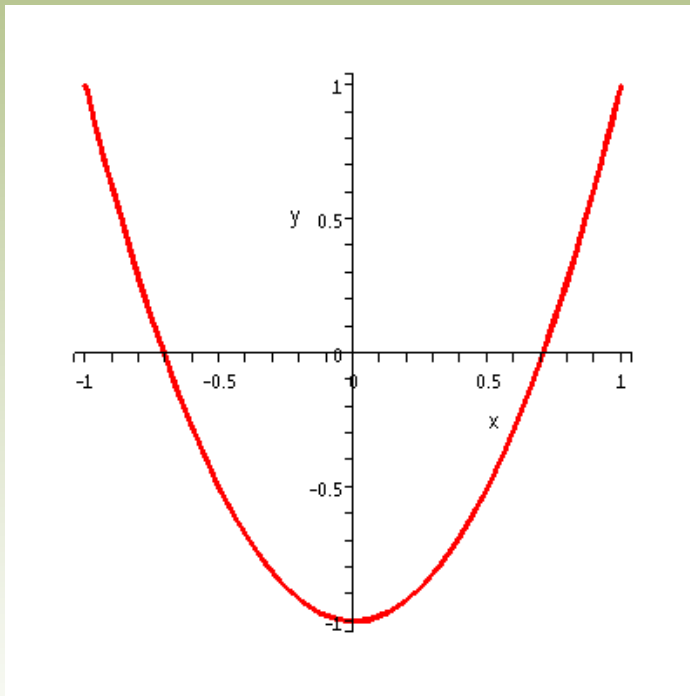


$$\begin{cases} x(t) = 2 + \cos t \\ y(t) = 1 + \sin(t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$



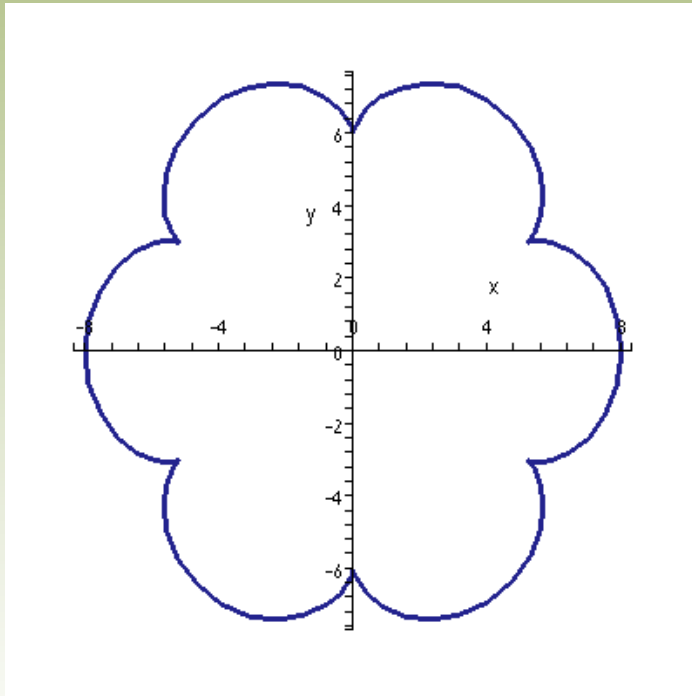
$$\begin{cases} x(t) = 2 + 2 \cos t \\ y(t) = 1 + \sin(t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

קשת של פרבולה



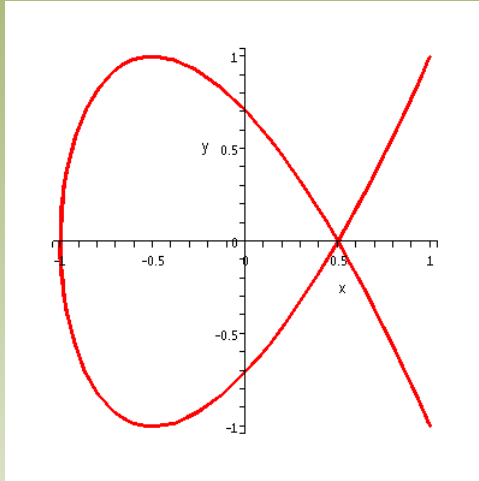
$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \cos 2t \end{cases}, t \in [0, \pi]$$

ועוד דוגמא

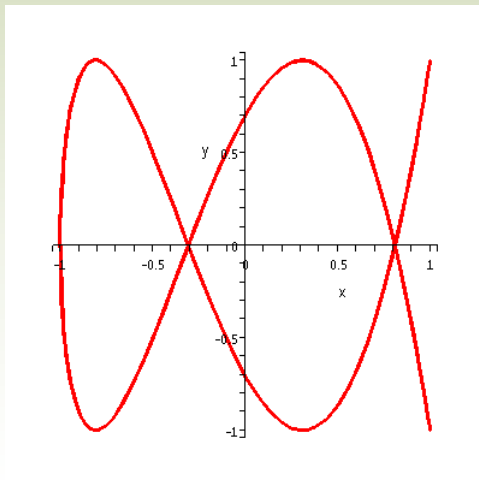


$$\begin{cases} x(t) = 7 \sin t - \sin 7t \\ y(t) = 7 \cos t - \cos 7t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

עקומות Lissajous

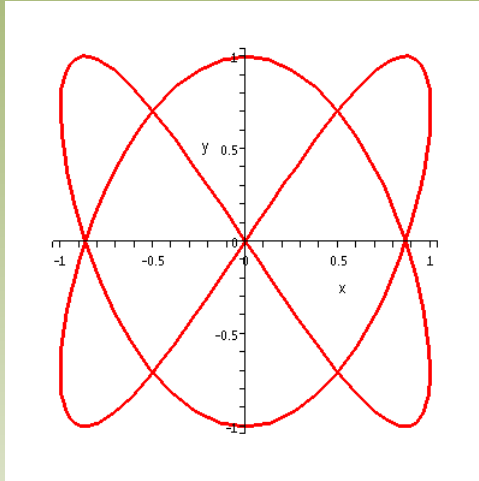


$$\begin{cases} x(t) = \cos 2t \\ y(t) = \cos 3t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

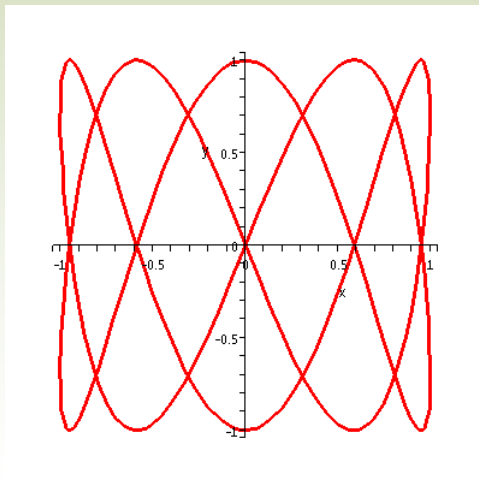


$$\begin{cases} x(t) = \cos 2t \\ y(t) = \cos 5t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

עקומות Lissajous



$$\begin{cases} x(t) = \sin 2t \\ y(t) = \sin 3t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$



$$\begin{cases} x(t) = \sin 2t \\ y(t) = \cos 5t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

הצגה פרמטרית של עקומה במרחב התלת-מימדי

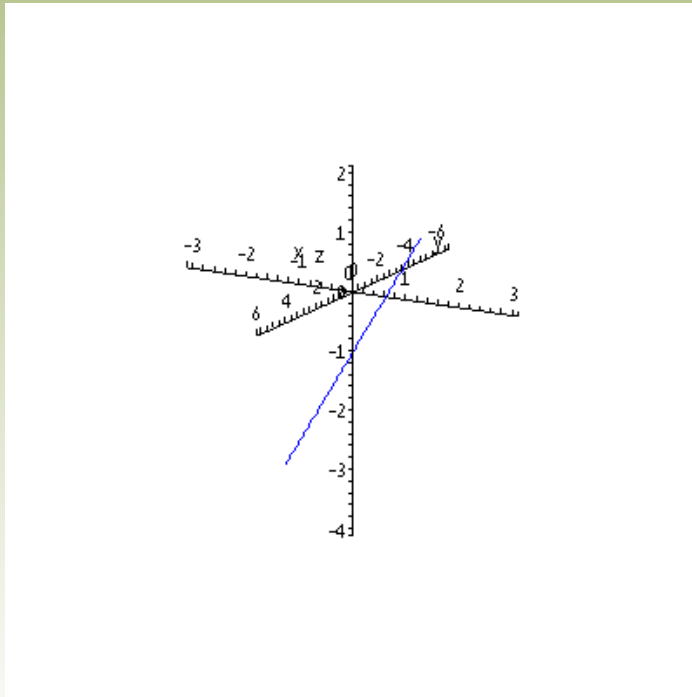
שתי צורות כתיבה:

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t), t \in D \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

$$(x, y, z) = (f_1(t), f_2(t), f_3(t)), t \in D$$

- המשתנה t נקרא הפרמטר
- D הוא תחום (איחוד של קטעים) בתוך \mathbf{R}
- f_1, f_2, f_3 הן פונקציות מוגדרות על הקטע D

דוגמא 1: קו ישר



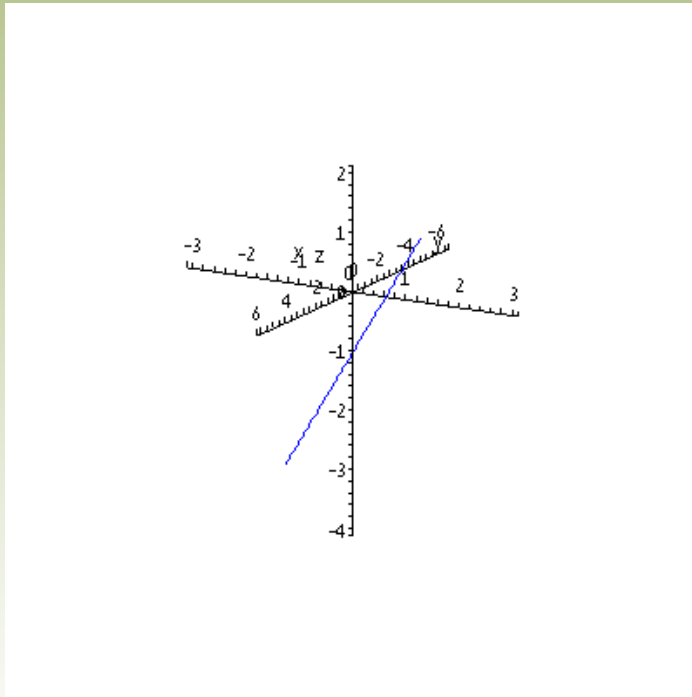
$$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = t, t \in \mathbf{R} \\ z(t) = t - 1 \end{cases}$$

באופן כללי:

כאשר f_1, f_2, f_3 הן פונקציות קוויות

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t), t \in \mathbf{R} \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

דוגמא 2: קטע של קו ישר



$$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = t \\ z(t) = t - 1 \end{cases}, t \in [-3, 3]$$

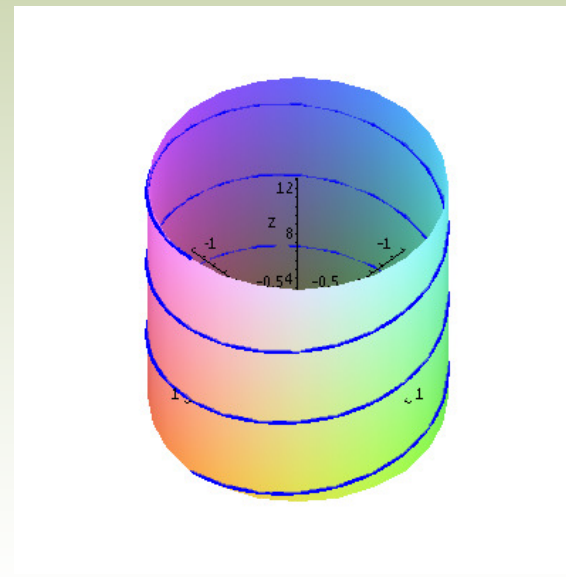
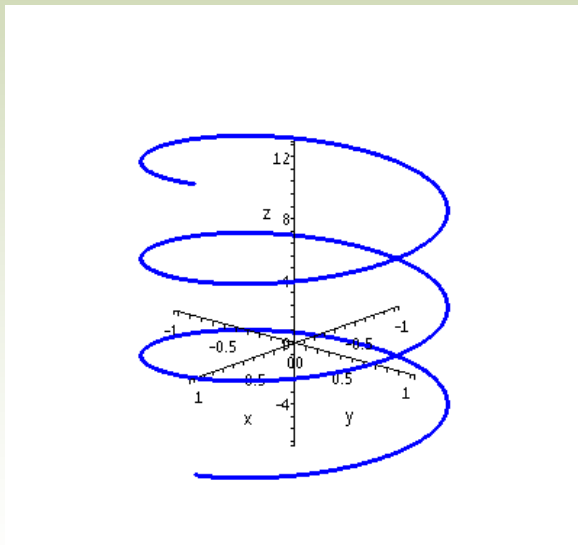
באופן כללי:

כאשר f_1, f_2, f_3 הן פונקציות קוויות ו- \mathbf{D} הוא קטע חסום

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t), t \in \mathbf{D} \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

דוגמא HELIX:3 על בסיס מעגל

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t, t \in [-2\pi, 4\pi] \\ z(t) = t \end{cases}$$



משטח במרחב התלת מימדי

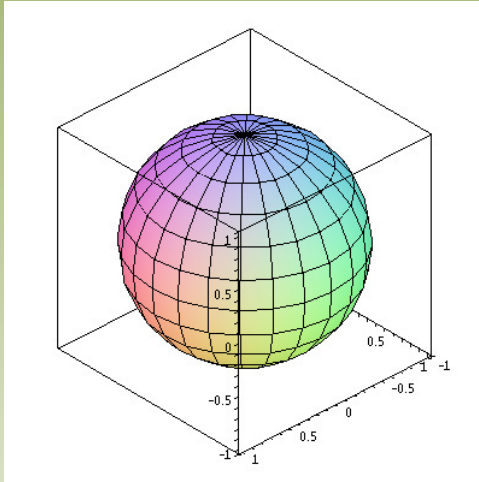
$$(x, y, z) = (f_1(s, t), f_2(s, t), f_3(s, t)), (s, t) \in D$$

כאשר

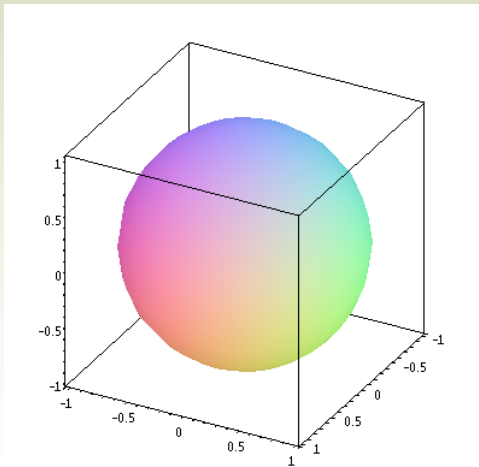
D הוא תחום בתוך \mathbf{R}^3

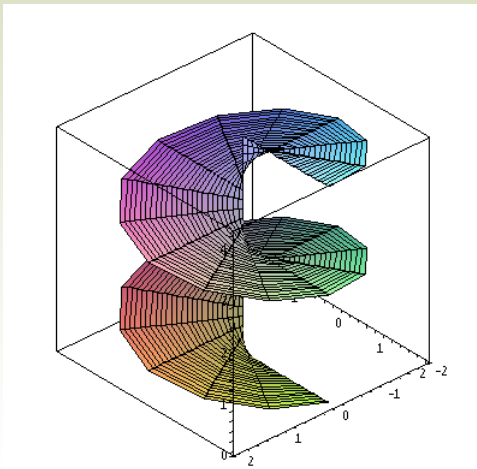
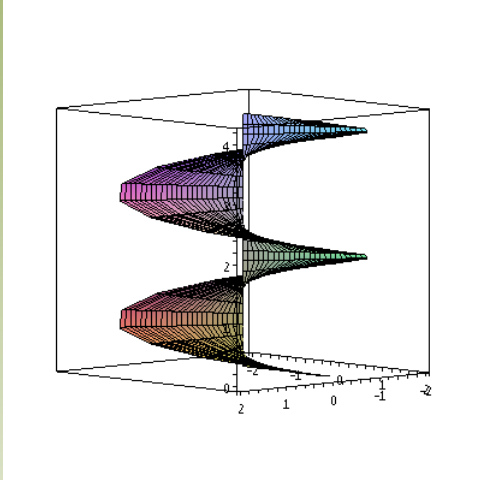
ו- f_1, f_2, f_3 הן פונקציות מוגדרות על D

דוגמא 1: (פני) כדור



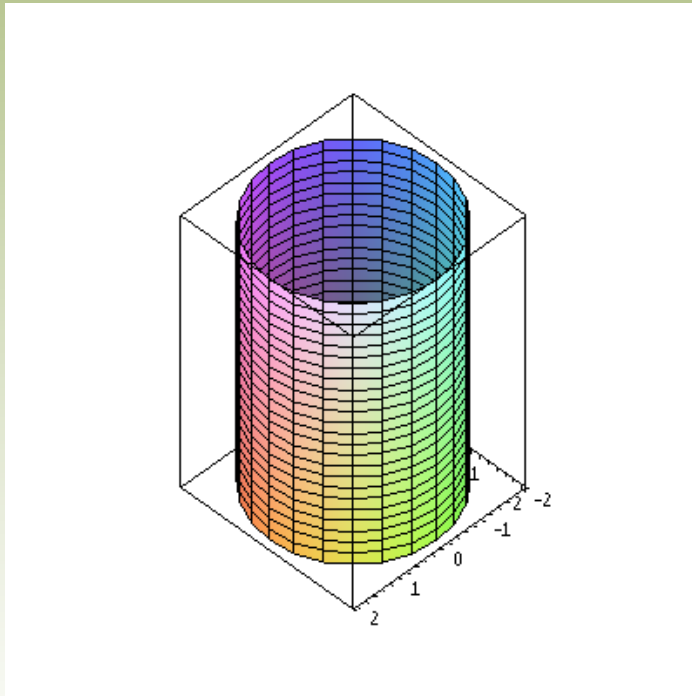
$$\begin{cases} x(s, t) = \cos s \cos t \\ y(s, t) = \sin s \cos t, \quad s \in [0, 2\pi], t \in [0, 2\pi] \\ z(s, t) = \sin t \end{cases}$$





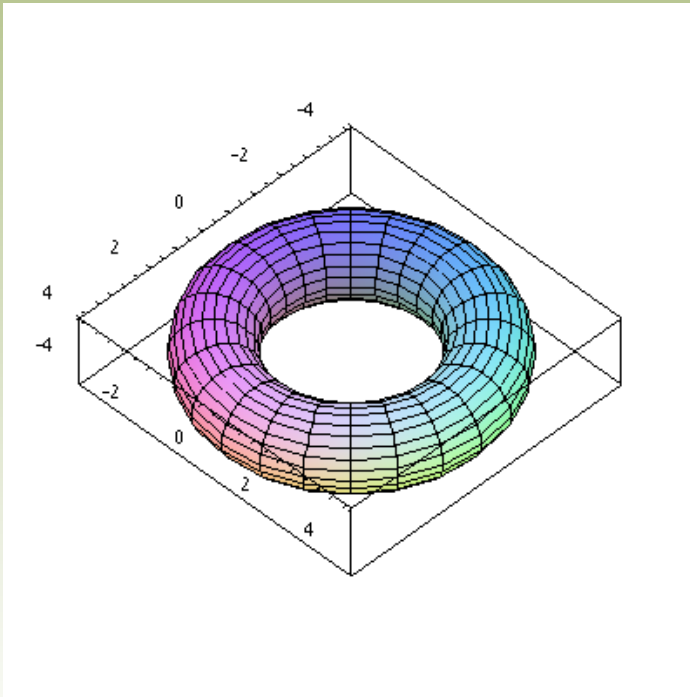
$$\begin{cases} x(u, t) = u \sin t \\ y(u, t) = u \cos t, t \in [0, 4\pi], u \in [0, 2] \\ z(u, t) = \frac{t}{3} \end{cases}$$

גליל



$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t, t \in [0, 2\pi], u \in [0, 2] \\ z = u \end{cases}$$

טורוס



$$\begin{cases} x(t, u) = \cos t (3 + \cos u) \\ y(t, u) = \sin t (3 + \cos u), t, u \in [0, 2\pi] \\ z(t, u) = \sin u \end{cases}$$