בס״ד

דף תרגיל 02 – תרגיל 3א

$$(*) \quad z^3 - 2z^2 + 3iz + 1 - 3i = 0$$

חשוב שו״ל? ← • נתון קיום המשוואה: ①

• נסמן ב- $z = x$ את הפתרון הממשי המובטח. אזי

$$x^3 - 2x^2 + 3ix + 1 - 3i = 0 \iff \begin{cases} x^3 - 2x^2 + 1 = 0 \\ 3x - 3 = 0 \end{cases}$$

הפתרון המשותף לשתי המשוואות האלה הוא 1.

• נחלק את הפולינום של המשוואה $(*)$ ב- $z-1$:

$$\forall z \in \mathbb{C}, \quad z^3 - 2z^2 + 3iz + 1 - 3i = (z-1)(z^2 - z - 1 + 3i) = 0$$

• נפתור כעת סופית את המשוואה $(**) \quad z^2 - z - 1 + 3i = 0$

$$\Delta = 1 - 4(-1+3i) = 5 - 12i$$

כאן השיטה הגיאומטרית לא יעילה

נחפש את השורשים הריבועיים של Δ בצורה אלגברית. נסמן $\delta = u + iv$ כאשר $u, v \in \mathbb{R}$. אזי:

$$\delta^2 = \Delta \iff \begin{cases} u^2 - v^2 + 2iuv = 5 - 12i \\ |\delta^2| = |\Delta| \end{cases} \iff \begin{cases} u^2 - v^2 = 5 \\ 2uv = -12 \\ u^2 + v^2 = 13 \end{cases}$$

אזי נקבל ש- $\delta = 3 - 2i$ או $\delta = -3 + 2i$.

ל $(**)$ שני פתרונות מרוכבים שונים:

$$z_1 = \frac{1 + 3 - 2i}{2} = 2 - i$$

$$z_2 = \frac{1 - 3 + 2i}{2} = -1 + i$$

נסכם שקבוצת הפתרונות של המשוואה $(*)$ היא: $\{1, 2-i, -1+i\}$

לא לשכוח לתת מסקנה סופית.